Geometría Analítica II 4096

Segundo examen parcial | Profesor: Román Contreras | 10 de abril de 2018

- Contesta las preguntas en las hojas blancas que se te darán. Indica claramente el número de problema e inciso. No es necesario que copies la pregunta.
- Puedes usar cualquier teorema o proposición demostrado en clase siempre y cuando especifiques clára-mente que lo estás usando.
- Justifica todas tus respuestas y afirmaciones. Redacta tus argumentos de la manera más clara posible, no es necesario que utilices símbolos lógicos.

Pregunta	1	2	3	4	Total
Puntos	4	4	12	10	30
Puntaje					

Nombre: ____________________

En lo sucesivo, fijemos una base ortonormal $\beta = \{\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3\}$. Además, fijemos el volumen V que cumple que $V(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3) = 1$.

1. (4 Puntos) Sean $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}$ tres vectores. Demuestra que si $V(\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}) \neq 0$ entonces cualquier otro vector es combinación lineal de $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}$.

2. (4 Puntos) Sea T una isometría que fija al origen, es decir, $T(\vec{0}) = \vec{0}$. Demuestra que el conjunto $\{T(\vec{w}_1), T(\vec{w}_2), T(\vec{w}_3)\}$ es una base ortonormal

3. Sea $\vec{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{w}_1 + \vec{w}_2)$.
   (a) (3 Puntos) Encuentra dos vectores $\vec{v}_2$ y $\vec{v}_3$ tales que $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ es una base ortonormal y además $V(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) > 0$.
   (b) Sea T la rotación cuyo eje de rotación es la recta generada por $\vec{v}_1$ y con ángulo de rotación α, en el sentido de $\vec{v}_2$ hacia $\vec{v}_3$.
      i. (1 Pt) Calcula $T(\vec{v}_1)$
      ii. (1 Pt) Calcula $T(\vec{v}_2)$
      iii. (1 Pt) Calcula $T(\vec{v}_3)$
      iv. (1 Pt) Calcula $T(\vec{w}_1)$
      v. (1 Pt) Calcula $T(\vec{w}_2)$
      vi. (1 Pt) Calcula $T(\vec{w}_3)$
   (c) (3 Puntos) Calcula $V(\vec{w}_1, \vec{w}_2, T(\vec{w}_3))$

   Véase la figura 1.

4. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
   (a) (1 Pt) **V** **F** Dados tres vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$, $V(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \pm \|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_2\| \|\vec{v}_3\|$
   (b) (1 Pt) **V** **F** Toda isometría es una función biyectiva
   (c) (1 Pt) **V** **F** Toda transformación lineal es una función biyectiva
   (d) (1 Pt) **V** **F** Si T es una transformación tal que $T(\vec{0}) = \vec{0}$, entonces T es lineal
   (e) (1 Pt) **V** **F** Si el conjunto $\{\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}\}$ es linealmente independiente, entonces el conjunto $\{\vec{v}, \vec{w}\}$ también
   (f) (1 Pt) **V** **F** Si T es una isometría y $\vec{v}$ es un vector tal que $T(\vec{v}) = \vec{0}$ entonces $\vec{v} = \vec{0}$
   (g) (1 Pt) **V** **F** Dados tres vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ y $\lambda \in \mathbb{R}$, se cumple que $V(\lambda\vec{v}_1, \lambda\vec{v}_2, \lambda\vec{v}_3) = \lambda V(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$
   (h) (1 Pt) **V** **F** Si T es una transformación tal que $T(\vec{0}) = \vec{0}$ y además, dado cualquier vector $\vec{v}$ se cumple que $\|T(\vec{v})\| = \|\vec{v}\|$, entonces T es lineal.
   (i) (1 Pt) **V** **F** Si $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ es una base ortonormal, entonces $V(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \pm 1$
   (j) (1 Pt) **V** **F** Si $V(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = 1$, entonces $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ es una base ortonormal

Fin del examen

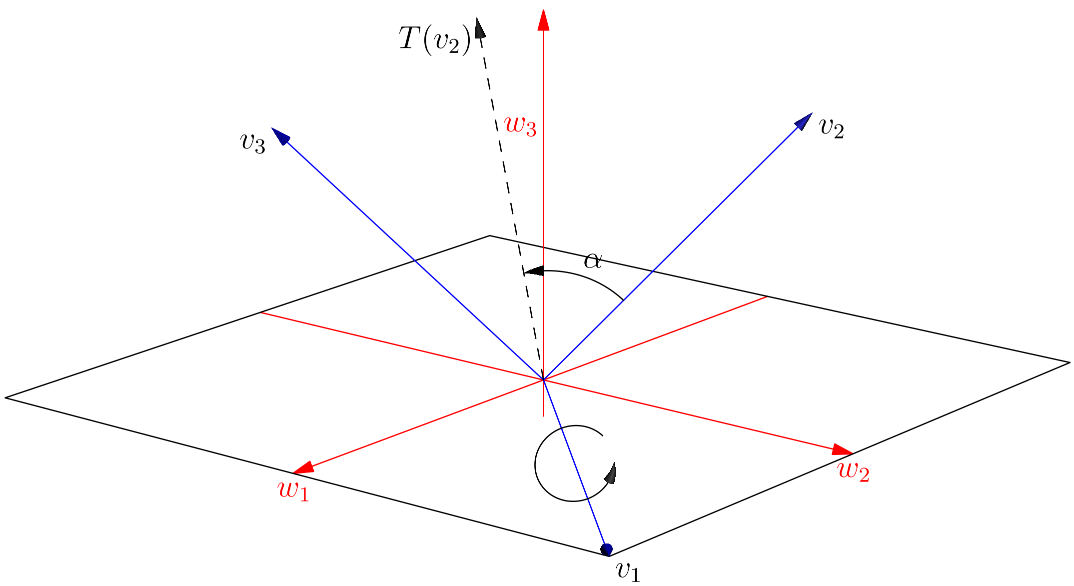

Figura 1: La rotación con eje de rotación $\vec{v}_1$