

- Contesta las preguntas en las hojas blancas que se te darán. Indica claramente el número de problema e inciso. No es necesario que copies la pregunta.
- Puedes usar cualquier teorema o proposición demostrado en clase siempre y cuando especifiques claramente que lo estás usando.
- Justifica todas tus respuestas y afirmaciones. Redacta tus argumentos de la manera más clara posible, no es necesario que utilices símbolos lógicos.

Pregunta	1	2	3	Total
Puntos	4	3	10	17
Puntaje				

Nombre: \_\_\_\_\_

1. Sean  $F_1$  y  $F_2$  dos puntos. Sea  $f = \frac{1}{2}d(F_1, F_2)$ . Recuerda que si escogemos un número  $a > 0$  y tal que  $a < f$ , entonces el conjunto de puntos

$$\mathcal{H} := \{P \mid |d(F_1, P) - d(F_2, P)| = 2a\}$$

es una hipérbola cuyos focos son los puntos  $F_1$  y  $F_2$ . Dicho conjunto *no* es una hipérbola si  $a = 0$  o  $a = f$ . El objetivo de este ejercicio es analizar el caso en que  $a = 0$  y en que  $a = f$

- (a) (2 Puntos) Encuentra todos los puntos  $P$  tales que  $|d(F_1, P) - d(F_2, P)| = 0$
- (b) (2 Puntos) Encuentra todos los puntos  $P$  tales que  $|d(F_1, P) - d(F_2, P)| = 2f$ .
2. (3 Puntos) Sean  $F_1 = (-1, 0)$  y  $F_2 = (1, 0)$  dos puntos. Sea  $f = \frac{1}{2}d(F_1, F_2) = 1$ . Sea  $a = \sqrt{2}$ . Encuentra la ecuación de la elipse

$$\mathcal{E} := \{(x, y) \mid d(F_1, (x, y)) + d(F_2, (x, y)) = 2a\}$$

3. Considera la ecuación:

- (a) (1 Punto) Si  $P_1 = (u_1, u_2)$  y  $P_2 = (v_1, v_2)$  son los dos vectores unitarios de un nuevo sistema de coordenadas, escribe la condición que deben satisfacer para que la ecuación no tenga término cruzado en dichas nuevas coordenadas.
- (b) (1 Punto) Escribe la ecuación característica para  $\lambda$  que permite encontrar los vectores  $P_1$  y  $P_2$
- (c) (3 Puntos) Encuentra los vectores  $P_1$  y  $P_2$
- (d) (2 Puntos) Escribe la ecuación en el nuevo sistema de coordenadas (en las coordenadas  $w$  y  $z$ )
- (e) (3 Puntos) Describe geoméricamente el conjunto de puntos que satisfacen la ecuación. (¿es una elipse o una hipérbola?, ¿dónde están sus focos? etc)

Fin del exámen
----------------